Практикум по оцениванию заданий ЕГЭ по математике

Карнаухова Лилия Николаевна

МАОУ гимназия № 1 г. Тюмени

Оценивание заданий по профильной математике с развернутым ответом

1. Критерии проверки и оценка решений задания 12

Задание № 12 – тригонометрическое, логарифмическое или показательное уравнение.

Выделение решения уравнения в отдельный пункт *а* прямо указывает участникам экзамена на необходимость полного решения предложенного уравнения: при отсутствии в тексте конкретной работы ответа на вопрос пункта *а* задание № 12 оценивается 0 баллов.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Комментарий

Ответ в задании с развёрнутым ответом – это решение и вывод (называемый ответом).

Задача 12 (демонстрационный вариант ЕГЭ 2023 г.)

а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

Решение.

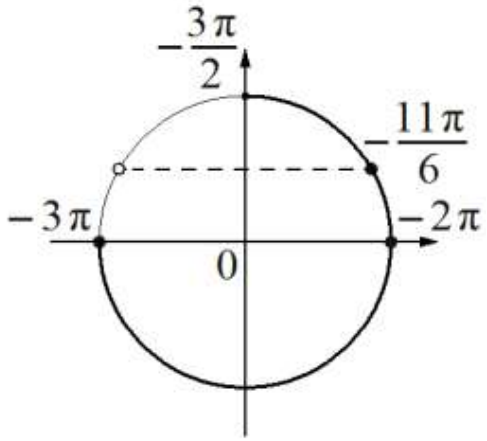
а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\sin x+\sqrt{3}\cos x+1-2\sin^2 x=\sqrt{3}\cos x+1;\ \sin x-2\sin^2 x=0;$$

$$\sin x\cdot(2\sin x-1)=0.$$

Значит, $\sin x=0$, откуда $x=\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, или $\sin x=\frac{1}{2}$, откуда $x=\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.



Получим числа: -3π; -2π; $-\frac{11\pi}{6}$.

Ответ: а) πk, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

$\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) -3π; -2π; $-\frac{11\pi}{6}$.

Примеры оценивания уравнения. ЕГЭ 2023

12) а) $2\cos^2 x + 3\sin(-x) - 3 = 0$

$2(1-\sin^2 x) - 3\sin x - 3 = 0$

$2 - 2\sin^2 x - 3\sin x - 3 = 0 \quad /\cdot(-1)$

$2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$

Замена: $\sin x = t \quad -1 \le t \le 1$

$2t^2 + 3t + 1 = 0$

$D = 9 - 4\cdot 2 = 1$

$t_{1/2} = \frac{-3\pm 1}{4} = \left[\begin{array}{l} t_1 = -1 \\ t_2 = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$

Обратная замена:

1) $\sin x = -1$

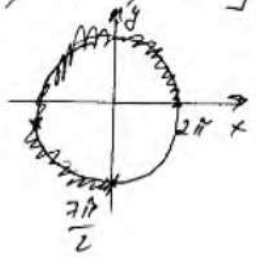
$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n;$

$n \in Z$

2) $\sin x = -\frac{1}{2}$

$\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n;\ n \in Z \\ x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n;\ n \in Z \end{array}\right.$

б) $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$



$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n.$

$n = 1;\ x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi = \frac{7\pi}{2}$

$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n \notin \left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

$x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n;$

$n = 2;\ x = \frac{19\pi}{6}$

Ответ: а) $\frac{3\pi}{2} + 2\pi n;\ -\frac{\pi}{6} + 2\pi n;\ -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n;\ n \in Z.$ б) $\frac{19\pi}{6};\ \frac{7\pi}{2}.$

а) Решите уравнение $2\cos^2 x + 3\sin(-x) - 3 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

Ответ: а) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z, -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in Z$ б) $\frac{19\pi}{6}; \frac{7\pi}{2}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Комментарий

Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*. *Отбор корней с* помощью тригонометрической окружности нельзя считать обоснованным, так как на отмеченной дуге не обозначены корни. Так же нельзя рассматривать отбор с помощью числовой прямой, поскольку либо указан только корень, принадлежащий отрезку, либо перебор остановлен на корне, принадлежащем отрезку.

Оценка эксперта: 1 балл.

Примеры оценивания уравнения. ЕГЭ 2023

№ 12. а) $2\cos^2 x + 3\sin(-x) - 3 = 0$

$2\cos^2 x - 3\sin x - 3 = 0$

$2(1 - \sin^2 x) - 3\sin x - 3 = 0$

$-2\sin^2 x - 3\sin x - 1 = 0$

$2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$

$\sin x = t, |t| \leq 1$

$2t^2 + 3t + 1 = 0$

$D = 9 - 4 \cdot 2 = 1$

$t_1 = \frac{-3-1}{4} = -1$ $\quad$ $t_2 = \frac{-3+1}{4} = -\frac{1}{2}$

$\sin x = -1$ $\quad$ $\sin x = -\frac{1}{2}$

$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z.$ $\quad$ $x = (-1)^{k+1}\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z.$

б) $[2\pi; \frac{7\pi}{2}]$.

$k = 2$ $\quad$ $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{11\pi}{6} \notin [2\pi; \frac{7\pi}{2}]$.

$k = 3$ $\quad$ $x = \frac{\pi}{6} + 3\pi = \frac{19\pi}{6}$

$x = \frac{7\pi}{2}$

Ответ: а) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in z$; $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in z.$

б) $\frac{19\pi}{6}$; $\frac{7\pi}{2}$.

а) Решите уравнение $2cos^2x + 3\sin(-x) - 3 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

Ответ: а) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \epsilon Z, -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \epsilon Z, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \epsilon Z$ $\quad$ б) $\frac{19\pi}{6}; \frac{7\pi}{2}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Комментарий

Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*. *Отбор корней нельзя* назвать обоснованным, так как перебор остановлен на корне, принадлежащем отрезку.

Оценка эксперта: 1 балл.

Примеры оценивания уравнения. ЕГЭ 2023

а) $8\sin^2 x - 2\sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 9 = 0$

$8\sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x - 9 = 0$

$16\sin^2 x - 4\sqrt{3}\sin x - 18 = 0$

$\left(4\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$4\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ $4\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{5\sqrt{3}}{2}$

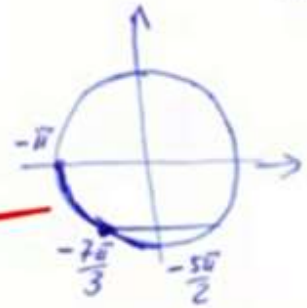
$\sin x = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ $\qquad$ $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\varnothing$

$\cancel{x = (-1)^{n+1}}$

$x = (-1)^n - \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$

б)



Ответ: $(-1)^n - \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$

$-\frac{7\pi}{3}$

а) Решите уравнение $8\sin^2 x - 2\sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 9 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

Ответ: а) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z, -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$ б) $-\frac{7\pi}{3}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

0 баллов

Комментарий. Уравнение решено неверно

Примеры оценивания уравнения. ЕГЭ 2023

а) Решите уравнение $2sin^2\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)+\cos(\pi-x)=0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$

Ответ: $a)\ \frac{\pi}{2}+\pi k, k\epsilon Z, \frac{\pi}{3}+2\pi n, n\epsilon Z, -\frac{\pi}{3}+2\pi m, m\epsilon Z$ $\quad$ б) $-\frac{5\pi}{3}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$

а) $2\sin^2\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)+\cos(\pi-x)=0$

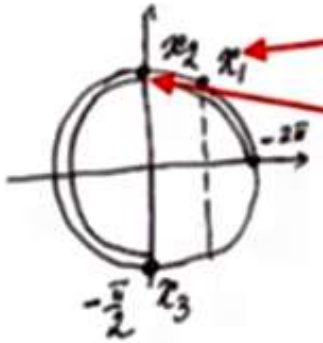
$-2\cos^2 x+\cos x=0$

$\cos x(-2\cos x+1)=0$

$\cos x=0$ $\qquad$ $\cos x=\frac{1}{2}$

$x=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$ $\qquad$ $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in Z.$

б)



$x_1=-\frac{3\pi}{2}$

$x_2=-2\pi+\frac{\pi}{3}=-\frac{5\pi}{3}$

$x_3=-\frac{\pi}{2}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z;\ \pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$

б) $-\frac{3\pi}{2};\ -\frac{5\pi}{3};\ -\frac{\pi}{2}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

1 балл

Комментарий. Уравнение решено, отбор корней неверный.

Примеры оценивания уравнения. ЕГЭ 2023

12) а) $\cos 2x + 2 = \sqrt{3}\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

$1 - 2\sin^2 x + 2 = -\sqrt{3}\sin x$

$-2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x + 3 = 0$

Пусть $\sin x = t$, тогда

$-2t^2 + \sqrt{3}t + 3 = 0$

$D = b^2 - 4ac = (\sqrt{3})^2 - 4\cdot(-2)\cdot 3 = 3 + 24 = 27$

$t = \frac{-\sqrt{3} \pm 3\sqrt{3}}{-4}$ $\quad t_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $t_2 = \sqrt{3}$

Значит, $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ или $\sin x = \sqrt{3}$

1) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x_1 = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$

$x_2 = \frac{4\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

2) $\sin x = \sqrt{3}$ – нет решений, т.к. $-1 \le \sin x \le 1$, а $|\sqrt{3}| > 1$

б) Найдем корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

1) $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

$-3\pi \le -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \le -\frac{3\pi}{2}$

$-3 \le -\frac{1}{3} + 2k \le -\frac{3}{2}$

$-3 + \frac{1}{3} \le 2k \le -\frac{3}{2} + \frac{1}{3}$

$-\frac{8}{3} \le 2k \le -\frac{11}{6}$

$-\frac{16}{6} \le k \le -\frac{11}{12}$

$-\frac{16}{12} \le k \le -\frac{11}{12}$

$-1\frac{1}{3} \le k \le -\frac{11}{12}$, т.к. $k \in Z$, то $k = -1$

Если $k = -1$, то $x = -\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{\pi}{3} - \frac{3\pi}{3} = -\frac{4\pi}{3}$

$$-\frac{3}{2} + \frac{1}{3} = -\frac{7}{6}$$

2) $-3\pi \le \frac{4\pi}{3} + 2\pi n \le -\frac{3\pi}{2}$

$-3\pi - \frac{4\pi}{3} \le 2\pi n \le -\frac{3\pi}{2} - \frac{4\pi}{3}$

$-\frac{13\pi}{3} \le 2\pi n \le -\frac{17\pi}{6}$

$-\frac{13}{6} \le n \le -\frac{17}{12}$

$-\frac{26}{12} \le n \le -\frac{17}{12}$

$-2\frac{1}{6} \le n \le -\frac{17}{12} = -1\frac{5}{12}, n \in Z$

$n = -2$

Если $n = -2$, то $x = \frac{4\pi}{3} - 4\pi = -\frac{8\pi}{3}$

Ответ: а) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi n; k \in Z, n \in Z$

б) $-\frac{8\pi}{3}; -\frac{4\pi}{3}$

Пример 4. а) Решите уравнение $\cos 2x + 2 = \sqrt{3}\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

Ответ: $a)\ -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z, -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$ $\quad$ б) $-\frac{8\pi}{3}, -\frac{7\pi}{3}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

1 балл

Комментарий.

Обоснованно получен верный ответ в пункте а. Отбор корней с помощью неравенств нельзя считать обоснованным, так как при решении двойных неравенств допущена ошибка

Примеры оценивания уравнения. ЕГЭ 2023

№ 2) а) $\cos 2x + 2 = \sqrt{3}\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

$\cos 2x + 2 = \sqrt{3}\cdot(-\sin x)$

$1 - 2\sin^2 x + 2 = -\sqrt{3}\cdot\sin x$

$-2\sin^2 x + 3 + \sqrt{3}\sin x = 0$

Пусть $\sin x = y$

Тогда

$-2y^2 + 3 + \sqrt{3}y = 0$

$D = \sqrt{3 - 4\cdot 3\cdot(-2)} = \sqrt{27} > 0$ 2 корня

$y_1 = \frac{-\sqrt{3} + \sqrt{27}}{-4} = \frac{-\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{-4} = \frac{2\sqrt{3}}{-4} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$y_2 = \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{27}}{-4} = \frac{-4\sqrt{3}}{-4} = \sqrt{3}$

Обратно $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin x = \sqrt{3}$

$x = (-1)^n\cdot\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi n$ $n \in Z$ нет решен

$\sin x \in [-1; 1]$

б)

При $n = 0$

$x = -\frac{\pi}{3} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

При $n = -1$

$x = \frac{\pi}{3} - \pi = -\frac{2\pi}{3} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

При $n = -2$

$x = -\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{7\pi}{3} \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

При $n = -3$

$x = \frac{\pi}{3} - 3\pi = -\frac{8\pi}{3} \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

Ответ: а) $x = (-1)^n\cdot\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi n$ $n \in Z$

б) $-\frac{8\pi}{3}; -\frac{7\pi}{3}$

Пример 4. а) Решите уравнение $\cos 2x + 2 = \sqrt{3}\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

Ответ: *а*) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z, -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$ б) $-\frac{8\pi}{3}, -\frac{7\pi}{3}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Комментарий

Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*. *При решении* квадратного уравнения есть неточность в записи дискриминанта – объединение записей дискриминанта и корня из него. Отбор корней нельзя считать обоснованным, так как перебор остановлен на корне, принадлежащем отрезку.

1 балл

Примеры оценивания уравнения.ЕГЭ 2023

а) Решите уравнение $2log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4sinx) + 2 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$

Ответ: $a)\ \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k\epsilon Z, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n\epsilon Z$ б) $-\frac{7\pi}{6}$

а) Пусть $\log_4(4\sin x) = t$; $t>0$; тогда ОДЗ: $4\sin x > 0$

$\sin x > 0$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$

$D = 25 - 16 = 9$

$t_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4}$

$t_1 = 2$; $t_2 = \frac{1}{2}$

1) $\log_4(4\sin x) = 2$

$4^2 = 4\sin x$

$4\sin x = 16$

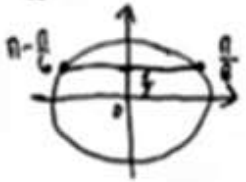
$\sin x = 4$ - нет решений, т.к. $\sin x \le 1$.

2) $\log_4(4\sin x) = \frac{1}{2}$

$4^{\frac{1}{2}} = 4\sin x$

$4\sin x = 2$

$\sin x = \frac{1}{2}$



$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \end{array}\right.$; $n \in Z$

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$; $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$; $n \in Z$

б) $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$

$-\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{-9\pi + 2\pi}{6} = -\frac{7\pi}{6}$

Ответ: б) $-\frac{7\pi}{6}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

1 балл

Комментарий. Уравнение решено, отбор корней неверный.

Примеры оценивания уравнения. ЕГЭ 2023

а) Решите уравнение $2log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4sinx) + 2 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$

Ответ: $a)\ \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k\epsilon Z, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n\epsilon Z$ б) $-\frac{7\pi}{6}$

а) $2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$, $\log_4(4\sin x) = t$,

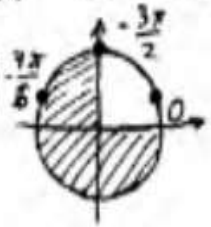
$2t^2 - 5t + 2 = 0$; $D = 25 - 16 = 9 = 3^2$, $t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$; $t_2 = \frac{5+3}{4} = 1$;

$\log_4(4\sin x) = t_1 = \frac{1}{2}$; $\log_4(4\sin x) = \log_4 2$, $4\sin x = 2$; $\sin x = \frac{1}{2}$;

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in Z$; $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in Z$;

$\log_4(4\sin x) = t_2 = 1$; $\log_4(4\sin x) = \log_4 4$; $4\sin x = 4$; $\sin x = 1$;

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in Z$ Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in Z$

б) 

Ответ: $-\frac{3\pi}{2}, -\frac{7\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

0 баллов

Комментарий. Уравнение решено не верно из-за вычислительной ошибки.

Примеры оценивания уравнения. ЕГЭ 2023

а) Решите уравнение $9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

а) $9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

$9\cdot(9^2)^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

Пусть $9^{\cos x}=t$, тогда:

$9t^2-28t+3=0$

$D=(-28)^2-4\cdot 9\cdot 3=784-108=676$

$t_1=\frac{28-26}{2\cdot 9}=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$; $t_2=\frac{28+26}{2\cdot 9}=\frac{54}{18}=3$

Вернемся к замене: $9^{\cos x}=\frac{1}{9}$ или $9^{\cos x}=3$

$\cos x=-1$

$x=\pi+\pi d,\ d\in Z$

$(3^2)^{\cos x}=3^1$

$2\cos x=1$

$\cos x=\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$

б) $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$

$\frac{5\pi}{2}\le\frac{\pi}{3}+2\pi n\le 4\pi$; $\frac{5\pi}{2}\le-\frac{\pi}{3}+2\pi k\le 4\pi$

$\frac{5}{2}\le\frac{1}{3}+2n\le 4,\ n\in Z$; $\frac{5}{2}\le-\frac{1}{3}+2k\le 4,\ k\in Z$

$2\frac{1}{6}\le 2n\le 3\frac{2}{3},\ n\in Z$; $2\frac{5}{6}\le 2k\le 4\frac{1}{3},\ k\in Z$

$1\frac{1}{12}\le n\le 1\frac{5}{6},\ n\in Z$; $1\frac{5}{12}\le k\le 2\frac{1}{6},\ k\in Z$

n - нет чисел

$k=2$

$x_1=-\frac{\pi}{3}+2\cdot 2\pi=\frac{11\pi}{3}$

$\frac{5\pi}{2}\le\pi+\pi d\le 4\pi$

$\frac{5}{2}\le 1+d\le 4,\ d\in Z$

$1\frac{1}{2}\le d\le 3,\ d\in Z$

$d=2,3$

$x_2=\pi+2\pi=3\pi$

$x_3=\pi+4\pi=5\pi$

Ответ: а) $x=\pi+\pi d,\ d\in Z$; $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$;

б) $x_1=\frac{11\pi}{3}$; $x_2=3\pi$; $x_3=5\pi$

0 баллов

Комментарий. Тригонометрическое уравнение $\cos x = -1$ *решено неверно.*

Важно

Ответ в задании с развёрнутым ответом – это

решение и вывод

(называемый ответом).

Важно не пропустить **логические и математические** ошибки

Важно

Выделение **решения** уравнения **в отдельный пункт а**

прямо указывает участникам экзамена на необходимость

полного решения предложенного уравнения:

при **отсутствии** в тексте конкретной работы ответа на вопрос пункта **а** задание № 12 оценивается 0 баллов.

Допускается	Должно быть
• Множество корней может быть записано по-другому. • Отбор корней может быть произведён любым другим способом: с помощью графика, решения двойных неравенств и т.п. • На окружности могут быть отмечены вспомогательные числа, принадлежащие числовому отрезку.	При отборе корней с помощью числовой (тригонометрической) окружности на числовой окружности должно быть: • отмечены и обозначены концы числового отрезка, • выделена дуга, • отмечены и обозначены корни, принадлежащие данному отрезку. При отборе методом организованного перебора указываются корни, не только входящие в промежуток, но и меньшие и большие граничных значений.

3. Критерии проверки и оценка решений задания 14

Задание № 14 – это неравенство: дробно-рациональное, логарифмическое или показательное.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением/ включением граничных точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

В первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: «<» вместо «≤» или наоборот. **Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».**

Задача 14 (демонстрационный вариант ЕГЭ 2023 г.)

Решите неравенство $\log_{11}\left(8x^2+7\right)-\log_{11}\left(x^2+x+1\right)\geq\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$.

Решение. Правая часть неравенства определена при $x<-5$ и $x>-\frac{35}{8}$.

Поскольку при любых значениях x выражение $8x^2+7$ принимает положительные значения, при $x<-5$ и $x>-\frac{35}{8}$ неравенство принимает вид:

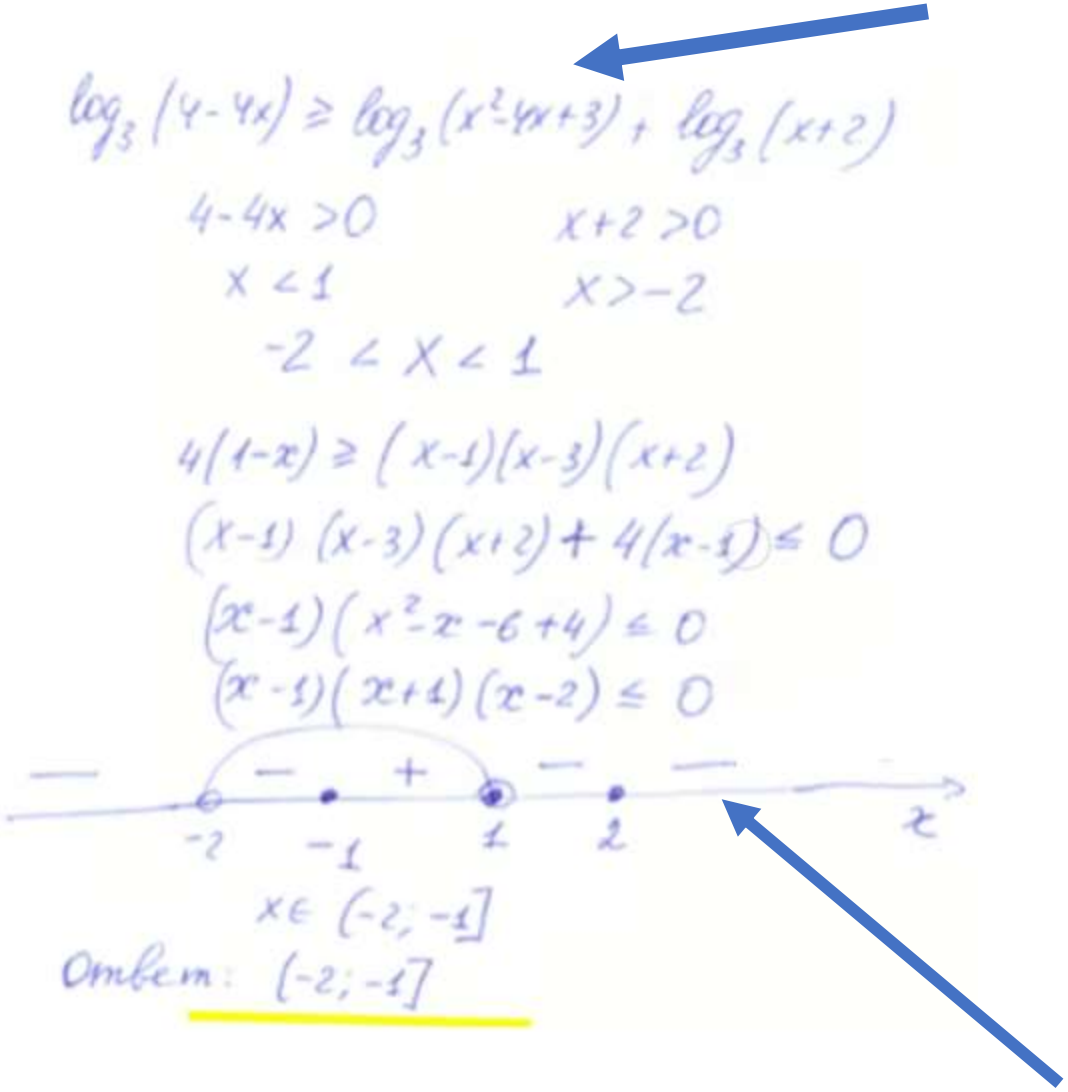
$$\frac{8x^2+7}{x^2+x+1}\geq\frac{8x+35}{x+5};\ \frac{8x^3+40x^2+7x+35}{(x+5)\left(x^2+x+1\right)}\geq\frac{8x^3+43x^2+43x+35}{(x+5)\left(x^2+x+1\right)};$$

$$\frac{3x^2+36x}{(x+5)\left(x^2+x+1\right)}\leq 0;\ \frac{3x(x+12)}{(x+5)\left(x^2+x+1\right)}\leq 0,$$

откуда $x\leq-12$; $-5<x\leq 0$. Учитывая ограничения $x<-5$ и $x>-\frac{35}{8}$, получаем: $x\leq-12$; $-\frac{35}{8}<x\leq 0$.

Ответ: $(-\infty;-12]$; $\left(-\frac{35}{8};0\right]$.

Примеры оценивания неравенств. ЕГЭ 2023



$\log_3(4-4x) \geq \log_3(x^2-4x+3) + \log_3(x+2)$

$4-4x>0$ $\quad$ $x+2>0$

$x<1$ $\quad$ $x>-2$

$-2<x<1$

$4(1-x) \geq (x-1)(x-3)(x+2)$

$(x-1)(x-3)(x+2)+4(x-1) \leq 0$

$(x-1)(x^2-x-6+4) \leq 0$

$(x-1)(x+1)(x-2) \leq 0$

-2 $\quad$ -1 $\quad$ 1 $\quad$ 2 $\quad$ x

$x \in (-2;-1]$

Ответ: $(-2;-1]$

Решите неравенство:

$$\log_3(4-4x) \geq \log_3(x^2-4x+3) + \log_3(x+2)$$

Ответ: $(-2;-1]$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки -3, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Комментарий

Неверно решено логарифмическое неравенство.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Примеры оценивания неравенств. ЕГЭ 2023

Решите неравенство $\log_3(5-5x) \geq \log_3\left(x^2-3x+2\right)-\log_3(x+4)$.

Ответ: $[-3;1)$.

$$\log_3(5-5x) \geq \log_3(x^2-3x+2)-\log_3(x+4)$$

ОДЗ:

$5(1-x)>0$

$x^2-3x+2>0 \Rightarrow (x-2)(x-1)>0$

$x>-4$

$$\log_3(5-5x) \geq \log_3 \frac{x^2-3x+2}{x+4}$$

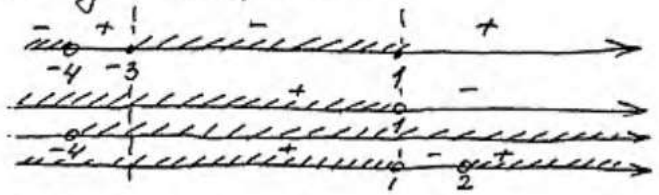
$3>1 \Rightarrow$ функция монотонно возрастает $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 5-5x \geq \frac{x^2-3x+2}{x+4} \Rightarrow \frac{(5-5x)(x+4)-x^2+3x-2}{x+4} \geq 0$$

$$\frac{5x+20-5x^2-20x-x^2+3x-2}{x+4} \geq 0$$

$$\frac{-6x^2-12x+18}{x+4} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2+2x-3}{x+4} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x+3)(x-1)}{x+4} \leq 0$$

~~метод интервалов~~



$\Rightarrow x \in [-3;1)$

Ответ: $[-3;1)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки -3, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Комментарий

Обоснованно получен верный ответ.

Оценка эксперта: 2 балла.

Примеры оценивания неравенств. ЕГЭ 2023

Решите неравенство $\log_3(5-5x) \geq \log_3\left(x^2-3x+2\right)-\log_3(x+4)$.

Ответ: $[-3;1)$.

$\log_3(5-5x) \geqslant \log_3(x^2-3x+2) - \log_3(x+4)$

ОДЗ. $\begin{cases} 5-5x>0 \\ x^2-3x+2>0 \\ x+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<1 \\ x<1;\ x>2 \\ x>-4. \end{cases}$

$\Rightarrow x \in (-4;1);\ (2;+\infty)$

$\log_3(5-5x) + \log_3(x+4) \geqslant \log_3(x^2-3x+2)$

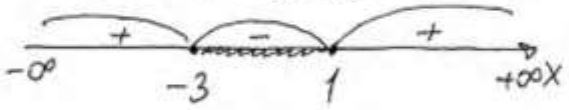
$\log_3(5-5x)\cdot(x+4) \geqslant \log_3(x^2-3x+2)$

$\log_3$ – монотонно возрастающая функция ⇒ знак неравенства не меняем.

$(5-5x)\cdot(x+4) \geqslant x^2-3x+2$

$-6x^2-12x+18 \geqslant 0 \quad /:-6$

$x^2+2x-3 \leqslant 0 \Rightarrow (x-1)(x+3) \leqslant 0$



$\begin{cases} x \in [-3;1] \\ x \in (-4;1);\ (2;+\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in [-3;1)$

Ответ: $[-3;1)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки -3, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Комментарий

Система неравенств в ОДЗ решена неверно (не вычислительная ошибка). Также неверно решено логарифмическое неравенство.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Примеры оценивания неравенств. ЕГЭ 2023

№14

$\log_3(5-5x) \geq \log_3(x^2-3x+2) - \log_3(x+4)$

$\log_3(5-5x) + \log_3(x+4) \geq \log_3(x^2-3x+2)$

ОДЗ $\begin{cases} 5-5x>0 \\ x+4>0 \\ x^2-3x+2>0 \end{cases} \Rightarrow x \in (-4;1)$

$\log_3(5(1-x)(x+4)) \geq \log_3(x^2-3x+2)$

основание логарифма $= 3 > 1 \Rightarrow$ знак неравенства не меняется

$5(1-x)(x+4) \geq (x^2-3x+2)$

$6x^2+12x-18 \leq 0 \quad /:6$

$x^2+2x-3 \leq 0$

$(x-1)(x+3) \leq 0$

$x=1 \quad x=-3$

$x=0: (0-1)(0+3) = -3$

$x \in [3;1)$

Ответ: $[3;1)$

?

?

?

Решите неравенство $\log_3(5-5x) \geq \log_3(x^2-3x+2) - \log_3(x+4)$.

Ответ: $[-3;1)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки -3, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

0 баллов

Комментарий. Неравенство не решено.

Примеры оценивания неравенств. ЕГЭ 2023

$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\geq\frac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$$

$$\begin{cases} x>0 \\ x\neq 64 \\ x\neq \frac{1}{64} \end{cases} \qquad x\in\left(0;\frac{1}{64}\right)\cup\left(\frac{1}{64};64\right)\cup(64;\infty)$$

$t=\log_4 x$

$$\frac{3+t}{t-3}+\frac{t-3}{t+3}\geq\frac{4t+16}{(t-3)(t+3)}$$

$$\frac{t^2+6t+9+t^2-6t+9-4t-16}{(t-3)(t+3)}\geq 0$$

$$\frac{2t^2-4t+2}{(t-3)(t+3)}\geq 0 \qquad \frac{t^2-2t+1}{(t-3)(t+3)}\geq 0 \qquad \frac{(t-1)^2}{(t-3)(t+3)}\geq 0$$

$t\in(-\infty;-3)\cup\{1\}\cup(3;\infty)$

$$\left[\begin{array}{l}\log_4 x<-3\\ \log_4 x=1\\ \log_4 x>3\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}x<\frac{1}{64}\\ x=4\\ x>64\end{array}\right.$$

Ответ: $\left(0;\frac{1}{64}\right)\cup\{4\}\cup(64;\infty)$

Решите неравенство $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\geq\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

Ответ: $\left(0;\dfrac{1}{64}\right)$; 4; $(64;+\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки -3, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Комментарий

Неравенство решено

Оценка эксперта: 2 балла.

Примеры оценивания неравенств. ЕГЭ 2023

$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\geq\frac{\log_4 x^4-16}{\log_4^2 x-9}$$

ОДЗ. $x>0$, $x\in(0;+\infty)$

$$\frac{\log_4 64+\log_4 x}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{\log_4 64+\log_4 x}-\frac{4\log_4 x-16}{\log_4^2 x-9}\geq 0$$

$$\frac{3+\log_4 x}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{3+\log_4 x}-\frac{4\log_4 x-16}{\log_4^2 x-9}\geq 0$$

Пусть $\log_4 x=t$, тогда

$$\frac{3+t}{t-3}+\frac{t-3}{3+t}-\frac{4t-16}{t^2-9}\geq 0$$

$$\frac{(t+3)(t+3)+(t-3)(t-3)}{(t-3)(t+3)}-\frac{4t+16}{(t-3)(t+3)}\geq 0$$

$$\frac{t^2+3t+3t+9+t^2-3t-3t+9-4t-16}{(t-3)(t+3)}\geq 0$$

$$\frac{2t^2-4t+2}{(t-3)(t+3)}\geq 0$$

$$\frac{2(t-1)^2}{(t-3)(t+3)}\geq 0$$

$\log_4 x<-3$, $x<\frac{1}{64}$

$\log_4 x=1$, $x=4$

$\log_4 x>3$, $x>64$

Ответ: $x\in\left(-\infty;\frac{1}{64}\right)\cup(4)\cup(64;+\infty)$

Решите неравенство $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\geq\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

Ответ: $\left(0;\dfrac{1}{64}\right)$; 4; $(64;+\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки -3, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Комментарий

При выполнении задания допущена ошибка в решении простейшего логарифмического неравенства. В решении также содержится ошибочное утверждение, связанное с ОДЗ.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Важно

- 1 балл в первом пункте выставляется из-за **неверного использования строгости** исходного знака неравенства
- Ни одной точки, в которой хотя-бы одно из выражений неравенства **не определено**, не может находиться в ответе
- Вычислительная ошибка допущена в результате **арифметическихдействий**(*,+,-, :). На 1 балл может быть допущена только **одна** вычислительная ошибка.
- В критериях нет понятия «описка»
- Схемы к неравенствам являются иллюстрацией решения, но не ответом

4. Критерии проверки и оценка решений задания 15

Задание № 15 – это текстовая задача с экономическим содержанием.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Подробнее: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи, но именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию, и т.п. Предъявленный текст должен включать описание того, как построена модель.

Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведён к различным математическим моделям и доведён до верного ответа. По этой причине в критериях оценивания нет жёсткого упоминания какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.

Задача 15 (демонстрационный вариант ЕГЭ 2023 г.)

15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн руб. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r – **целое** число;
– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн руб.)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r, при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн руб.

15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн руб. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r – **целое** число;
– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн руб.)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r, при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн руб.

Решение. По условию, долг перед банком (в млн руб.) на 15-е число каждого месяца должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$1;\ 0{,}6;\ 0{,}4;\ 0{,}3;\ 0{,}2;\ 0{,}1;\ 0.$$

Пусть $k = 1 + \frac{r}{100}$, тогда долг на 1-е число каждого месяца равен:

$$k;\ 0{,}6k;\ 0{,}4k;\ 0{,}3k;\ 0{,}2k;\ 0{,}1k.$$

Следовательно, выплаты со 2-го по 14-е число каждого месяца составляют:

$$k - 0{,}6;\ 0{,}6k - 0{,}4;\ 0{,}4k - 0{,}3;\ 0{,}3k - 0{,}2;\ 0{,}2k - 0{,}1;\ 0{,}1k.$$

Общая сумма выплат составляет:

$$k(1 + 0{,}6 + 0{,}4 + 0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}1) - (0{,}6 + 0{,}4 + 0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}1) =$$
$$= (k-1)(1 + 0{,}6 + 0{,}4 + 0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}1) + 1 = 2{,}6(k-1) + 1.$$

По условию, общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн руб., значит,

$$2{,}6(k-1) + 1 < 1{,}2;\ 2{,}6 \cdot \frac{r}{100} + 1 < 1{,}2;\ r < 7\frac{9}{13}.$$

Наибольшее целое решение этого неравенства – число 7. Значит, искомое число процентов – 7.

Ответ: 7.

Оценивание задач с финансовым содержанием. 2023г.

S – сумма, которую взяли в кредит

x – сумма, на которую каждый раз уменьшается долг.

$\frac{r\%}{100} = n$, где на $r\%$ возрастает долг.

	банк	выплаты
1.	$S+Sn$	$Sn+x$
2.	$S-x+(S-x)n$	$(S-x)n+x$
⋮		
39.	$S-38x+(S-38x)n$	$(S-38x)n+x \Rightarrow S-38x+(S-38x)n=(S-38x)n+x \Rightarrow$
40.	0	$\Rightarrow S=39x$

Z – сумма выплат

По условию: $Z-S=0{,}2S$

$Z = Sn+x+(S-x)n+x+\ldots+(S-38x)n+x = 39x+n(39S-(x+2x+\ldots+38x)) = 39x+n(39S-x(\frac{1+38}{2}\cdot 38)) = 39x+n\cdot 39S - nx\cdot 39\cdot 19 = 39x+n\cdot 39\cdot 39x - n\cdot 39\cdot 19x = 39x+39\cdot 20nx \Rightarrow$

$\Rightarrow 39x+39\cdot 20nx-39x=0{,}2\cdot 39x \Rightarrow 39\cdot 20nx=0{,}2\cdot 39x \Rightarrow$

$\Rightarrow n=\frac{0{,}2}{20}=\frac{1}{100}$; $r=n\cdot 100 \Rightarrow r=1\%$

Ответ: 1%.

15 января планируется взять кредит в банке на 39 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r.

Ответ: 1.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Комментарий. Обоснованно получен верный ответ.

Оценка эксперта: 2 балла

Оценивание задач с финансовым содержанием. 2023г.

15. Пусть $S = 800$ тыс руб – сумма кредита, процент $p = 20$, платежи 2027 и 2028 г по x тыс руб каждый, y – платеж 2029 г

Каждый январь долг возрастает в $1 + \frac{p}{100} = 1{,}2$ раза

Тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} ((S \cdot 1{,}2 - x) \cdot 1{,}2 - x) \cdot 1{,}2 - y = 0 \\ 2x + y = 1254{,}4 \end{cases}$$

$1{,}728S - 2{,}64x - y = 0$

$y = 1{,}728S - 2{,}64x$

$2x + 1{,}728S - 2{,}64x = 1254{,}4$

$0{,}64x = 1{,}728S - 1254{,}4$

$0{,}64x = 128$

$64x = 12800$

$x = 100$

Ответ: 100 тыс. руб.

В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;

— к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1254,4 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2027 года?

Ответ: 200 тыс. рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Комментарий. Верно построена математическая модель. Линейное уравнение решено неверно.

Оценка эксперта: 1 балл

Оценивание задач с финансовым содержанием. 2023г.

Дано:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 > 1{,}2$ млн, где x – выплата

$N = 1$ – сумма кредита

r_{min} – ?, где r – %, $r \in Z$

$x_1 = N + \frac{rN}{100} - 0{,}9$; $x_2 = 0{,}9 + \frac{r \cdot 0{,}9}{100} - 0{,}8$; $x_3 = 0{,}8 + \frac{r \cdot 0{,}8}{100} - 0{,}7$;

$x_4 = 0{,}7 + \frac{r \cdot 0{,}7}{100} - 0{,}6$; $x_5 = 0{,}6 + \frac{r \cdot 0{,}6}{100} - 0{,}5$; $x_6 = 0{,}5 + \frac{r \cdot 0{,}5}{100}$

$1 + \frac{r}{100} - 0{,}9 + 0{,}9 + \frac{r \cdot 0{,}9}{100} - 0{,}8 + 0{,}8 + \frac{r \cdot 0{,}8}{100} - 0{,}7 + 0{,}7 + \frac{r \cdot 0{,}7}{100} - 0{,}6 + 0{,}6 +$

$+ \frac{r \cdot 0{,}6}{100} - 0{,}5 + 0{,}5 + \frac{r \cdot 0{,}5}{100} > 1{,}2$

$1 + \frac{3{,}5r}{100} > 1{,}2$

$\frac{3{,}5r}{100} > 0{,}2$

$r > \frac{20}{3{,}5}$

$r_{min} = 5\%$

Ответ: $r = 5\%$

15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн руб. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, причём r – **целое** число;
– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн руб.)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн руб.
Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Комментарий

Математическая модель построена верно. Допущены ошибки: $1+\frac{4,5r}{100}>1,2$, а не $1+\frac{3,5r}{100}>1,2$; $\frac{20}{3,5}>5,7$, т.е. должно быть $r=6$.

Оценка эксперта: 1 балл.

Оценивание задач с финансовым содержанием. 2023г.

месяц	сумма долга 1-го числа (млн р)	сумма долга (млн) 15-го числа	сумма выплат
1		1 млн	
2	$1+1\cdot r$	0,9	$1+1r-0,9$
3	$0,9+0,9\cdot r$	0,8	$0,9+0,9-0,8$
4	$0,8+0,8r$	0,7	$0,8+0,8r-0,7$
5	$0,7+0,7\cdot r$	0,6	$0,7+0,7r-0,6$
6	$0,6+0,6r$	0,5	$0,6+0,6r-0,5$
7	$0,5+0,5r$	0	$0,5+0,5r$

тогда общая сумма выплат:

$1+1\cdot r-\cancel{0,9}+\cancel{0,9}+0,9r-\cancel{0,8}+\cancel{0,8}+0,8r-\cancel{0,7}+\cancel{0,7}+0,7r-$
$-\cancel{0,6}+\cancel{0,6}+0,6r-\cancel{0,5}+\cancel{0,5}+0,5r=$
$=1+r+0,9r+0,8r+0,7r+0,6r+0,5r=1+4,5r$

общая сумма выплат должна быть больше 1,2 млн =>

$=\quad 1+4,5r>1,2$
$4,5r>0,2$
$r>2,25$

т.к. r - целое число, то наименьшее $r=3$.

Ответ: r наименьшее = 3

15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн руб. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r – **целое** число;
– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг(в млн руб.)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн руб.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Комментарий. Математическая модель построена неверно. Если подставить в таблицу число 3 вместо r, то сумма долга уже на 1-е число второго месяца должна составить 4 млн руб. Кроме того, ещё и неравенство решено неверно. Оценка эксперта: 0 баллов.

Важно

Модель к задаче может быть задана словесно, в виде таблицы, схемы, но с обязательным выходом на уравнение (неравенство).

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом:

- решение должно быть математически грамотным, полным; все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи ответа могут быть разными.
- За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.
- Эксперты проверяют только математическое — содержание представленного решения, а особенности записи не учитываются.
- При выполнении задания можно использовать без доказательства и ссылок любые математические факты,

содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего образования.

Для презентации использовались методические материалы для председателей и членов предметных комиссий субъектов Российской Федерации по проверке выполнения заданий с развёрнутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ 2023 года. ФИПИ.